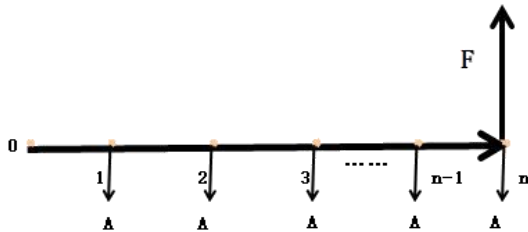




第5讲 年金终值和利率的计算

四、年偿债基金



$$F = A \times (F/A, i, n) \rightarrow A = F / (F/A, i, n)$$

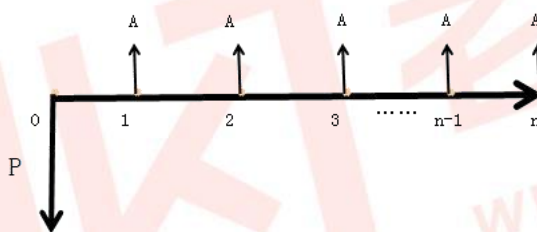
$1 / (F/A, i, n)$ 称为“偿债基金系数”，记作 $(A/F, i, n)$ 。

【例题】某家长计划 10 年后一次性取出 50 万元，作为孩子的出国费用。假设银行存款年利率为 5%，复利计息，该家长计划 1 年后开始存款，每年存一次，每次存款数额相同，共计存款 10 次。假设每次存款的数额为 A 万元，则有：

$$A \times (F/A, 5\%, 10) = 50$$

$$A = 50 / 12.578 = 3.98 \text{ (万元)}$$

五、年资本回收额



$$P = A \times (P/A, i, n) \rightarrow A = P / (P/A, i, n)$$

$1 / (P/A, i, n)$ ，称为资本回收系数，记作 $(A/P, i, n)$ 。

【例题】某人于 2018 年 1 月 25 日按揭贷款买房，贷款金额为 100 万元，年限为 10 年，年利率为 6%，月利率为 0.5%，从 2018 年 2 月 25 日开始还款，每月还一次，共计还款 120 次，每次还款的金额相同。

假设每次还款额金额为 A 万元，则有：

$$100 = A \times (P/A, 0.5\%, 120)$$

$$A = 100 \div 90.08 = 1.11 \text{ (万元)}$$

即每月的还款额为 1.11 万元。

【例题 1·单选题】某企业第 1 年年初和第 1 年年末分别向银行借款 30 万元，年利率均为 10%，复利计息，第 3~5 年年末等额本息偿还全部借款。则每年年末应偿还金额为（ ）万元。

A. 20.94 B. 23.03 C. 27.87 D. 31.57

【答案】 C

【解析】方法一： $30 \times (F/A, 10\%, 2) \times (1+10\%) = A \times (P/A, 10\%, 3)$

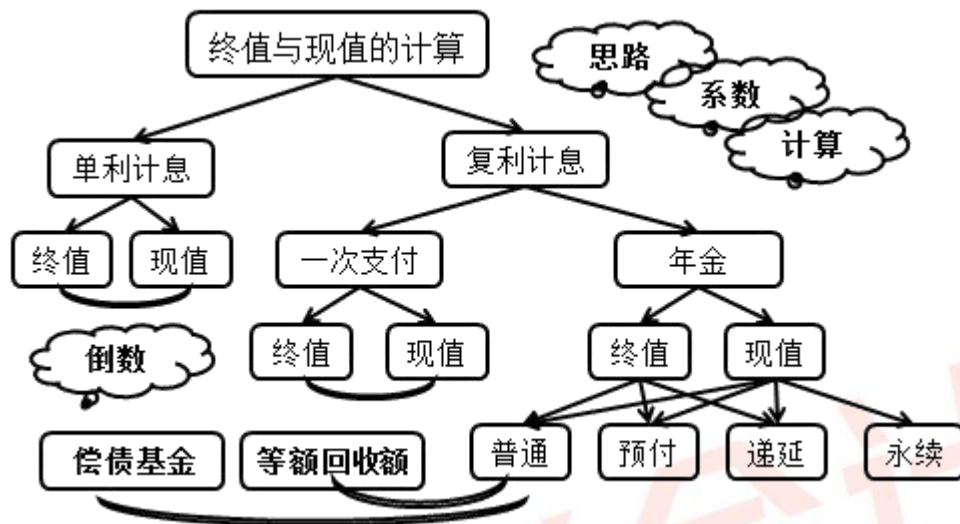


解得： $A = 30 \times 2.1 \times 1.1 / 2.4869 = 27.87$ （万元）

方法二： $30 + 30 \times (P/F, 10\%, 1) = A \times (P/A, 10\%, 3) \times (P/F, 10\%, 2)$

解得： $A = (30 + 30 \times 0.9091) / (2.4869 \times 0.8264) = 27.87$ （万元）

【总结】



A、普通年金

$$F = A \times (F/A, i, n) \quad P = A \times (P/A, i, n)$$

B、即付年金

$$F = A \times (F/A, i, n) \times (1+i) \quad P = A \times (P/A, i, n) \times (1+i)$$

C、递延年金

$$F = A \times (F/A, i, n) \quad P = A \times (P/A, i, n) \times (P/F, i, m)$$

D、永续年金

$$P = A/i$$

【例题2·计算分析题】某房地产A公司决定将其一处土地10年使用权公开拍卖。投标公司现有两方案可供房地产公司选择。

A方案：每年年末支付15亿元，直到10年后合同到期。

B方案：签订合同后立即支付50亿元，第8年年末再支付50亿元。

要求：如房地产公司要求的年投资回报率为15%，计算并确定应接受哪个方案？

【答案】终值决策

A方案款项的终值： $15 \times (F/A, 15\%, 10) = 15 \times 20.304 = 304.56$ （亿元）

B方案款项的终值：

第1笔收款（50亿元）的终值： $50 \times (F/P, 15\%, 10) = 202.28$ （亿元）

第2笔收款（50亿元）的终值： $50 \times (F/P, 15\%, 2) = 66.13$ （亿元）

终值合计： $202.28 + 66.13 = 268.41$ （亿元）

A方案款项终值大于B方案款项的终值，因此，房地产公司应接受A方案。

现值决策？

【提示】A方案款项的现值： $15 \times (P/A, 15\%, 10)$

B方案款项的现值： $50 + 50 \times (P/F, 15\%, 8)$

**【知识点 4】利率的计算****一、复利计息方式下的利率计算**

思路：已知现值（或终值）系数，可通过**内插法**计算对应的利率。

$$\frac{(i_2 - i)}{(i_2 - i_1)} = \frac{(B_2 - B)}{(B_2 - B_1)}$$

【例题】郑先生下岗获得 50000 元现金补助，他决定趁现在还有劳动能力，先找工作糊口，将款项存起来。郑先生预计，如果 20 年后这笔款项连本带利达到 250000 元，那就可以解决自己的养老问题。问银行存款的年利率（复利计息）为多少，郑先生的预计才能变成现实？

一、列式： $50000 \times (F/P, i, 20) = 250000$

即 $(F/P, i, 20) = 5$ 。

二、查表找利率：

附表一 复利终值系数表

期数	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
16	1.1726	1.3728	1.6047	1.8730	2.1829	2.5404	2.9522	3.4259	3.9703	4.5950
17	1.1843	1.4002	1.6528	1.9479	2.2920	2.6928	3.1588	3.7000	4.3276	5.0545
18	1.1961	1.4282	1.7024	2.0258	2.4066	2.8543	3.3799	3.9960	4.7171	5.5599
19	1.2081	1.4568	1.7535	2.1068	2.5270	3.0256	3.6165	4.3157	5.1417	6.1159
20	1.2202	1.4859	1.8061	2.1911	2.6533	3.2071	3.8697	4.6610	5.6044	6.7275

查阅“复利终值系数表”可知：

$(F/P, 8\%, 20) = 4.6610$ ， $(F/P, 9\%, 20) = 5.6044$

对应关系：

8% —— 4.6610

9% —— 5.6044

? —— 5

列式： $(9\% - 8\%) / (9\% - i) = (5.6044 - 4.6610) / (5.6044 - 5)$

求出结果： $i = 8.36\%$

【例题】已知 $(P/A, i, 5) = 4.20$ ，求 i 的数值。

查阅年金现值系数表可知，在期数为 5 的情况下，无法查到 4.20 这个数值，与 4.20 相邻的数值为 4.2124 和 4.1002，对应的利率为 6% 和 7%，因此有：

$(i - 6\%) / (7\% - 6\%) = (4.20 - 4.2124) / (4.1002 - 4.2124)$

解得： $i = 6.11\%$

【总结】

1. 求出系数对应的数值；
2. 查表得出与待求系数值**最近的“一大一小”两个数值**；
3. 列式计算，务必注意**比例关系的对应**；
4. 解出结果。

【例题】已知 $5 \times (P/A, i, 10) + 100 \times (P/F, i, 10) = 104$ ，求 i 的数值。



【答案】经过测试可知：

$$i=5\% \text{ 时, } 5 \times (P/A, i, 10) + 100 \times (P/F, i, 10) = 5 \times 7.7217 + 100 \times 0.6139 = 100$$

$$i=4\% \text{ 时, } 5 \times (P/A, i, 10) + 100 \times (P/F, i, 10) = 5 \times 8.1109 + 100 \times 0.6756 = 108.11$$

$$(5\% - i) / (5\% - 4\%) = (100 - 104) / (100 - 108.11)$$

解得： $i = 4.51\%$

【例题 3·单选题】某公司设立一项偿债基金项目，连续 10 年，每年年末存入 500 万元，第 10 年年末可以一次性获取 9000 万元，已知 $(F/A, 8\%, 10) = 14.487$ ， $(F/A, 10\%, 10) = 15.937$ ， $(F/A, 12\%, 10) = 17.549$ ， $(F/A, 14\%, 10) = 19.337$ ， $(F/A, 16\%, 10) = 21.321$ ，则该基金的收益率介于（ ）。

A. 12%~14%

B. 14%~16%

C. 10%~12%

D. 8%~10%

【答案】A

【解析】 $500 \times (F/A, i, 10) = 9000$ ，则 $(F/A, i, 10) = 9000/500 = 18$ ，18 介于 17.549 与 19.337 之间，所以 i 介于 12% 与 14% 之间。

二、名义利率与实际利率

(一) 一年多次计息时的名义利率与实际利率

名义利率	如果以“年”作为基本计息期，每年计算一次复利，此时的年利率既是名义利率，也是实际利率，两者相等；
实际利率	如果按照短于 1 年的计息期计算复利，并将全年利息额除以年初的本金，此时得到的利率为实际利率（ i ）。

【例题】银行借款年利率为 12%，每月复利一次，年初借入 100 万元，借款期为 1 年，则年利息 $= 100 \times (1 + 12\%/12)^{12} - 100$ ，年实际利率 $= [100 \times (1 + 12\%/12)^{12} - 100] / 100 = (1 + 12\%/12)^{12} - 1 = 12.68\%$ 。

【例题】假设本金为 100 元，年利率为 10%，一年计息 2 次，即一年复利 2 次。

(1) 计算第一年年末的本利和；

2) 计算第一年应该承担的利息；

(3) 计算年实际利率。

【解答】一年计息 2 次，则每次复利的利率 $= 10\% / 2 = 5\%$ ，一年后的本利和（复利终值） $= 100 \times (1 + 5\%)^2$ ，按照复利计算的年利息 $= 100 \times (1 + 5\%)^2 - 100 = 100 \times [(1 + 5\%)^2 - 1]$ ，实际利率 $= 100 \times [(1 + 5\%)^2 - 1] / 100 = (1 + 5\%)^2 - 1$ 。用公式表示如下：

$$i = (1 + r/m)^m - 1$$

式中， i 表示年实际利率， r 表示年名义利率， m 表示一年计息次数。

【例题】年利率为 12%，按季复利计息，试求实际利率。

【答案】由于按季复利计息，因此，一年复利计息 4 次。由于名义利率为 12%，所以：

$$\text{实际利率 } i = (1 + r/m)^m - 1 = (1 + 12\%/4)^4 - 1 = 1.1255 - 1 = 12.55\%$$



【例题】现设年名义利率 $r=10\%$ ，则年、半年、季、月、日的年实际利率如表所示。

名义利率与实际利率比较表

年名义利率 (r)	计算期	年计算次数 (m)	计算期利率 ($i=r/m$)	年实际利率 (i_{eff})
10%	年	1	10%	10%
	半年	2	5%	10.25%
	季	4	2.5%	10.38%
	月	12	0.833%	10.46%
	日	365	0.0274%	10.51%

★每年计息周期越多，年名义利率和实际利率相差就越大。

【例题 4·单选题】某公司向银行借款 1000 万元，年利率为 4%，按季度计息，期限为 1 年，则该借款的实际年利率为（ ）。

- A. 2.01% B. 4.00% C. 4.04% D. 4.06%

【答案】D

【解析】根据实际利率与名义利率之间的关系式可知：实际年利率 $= (1+r/m)^m - 1 = (1+4\%/4)^4 - 1 = 4.06\%$ 。

【例题 5·单选题】某企业希望从银行借款 500 万元，借款期限 2 年，期满一次还本付息。经咨询有甲、乙、丙、丁四家银行愿意提供贷款，年利率均为 8%。其中，甲要求按月计息，乙要求按季度计息，丙要求按半年计息，丁要求按年计息。则对该企业来说，借款实际利率最低的银行是（ ）。

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

【答案】D

【解析】甲、乙、丙三家银行的计息周期都小于一年，则其实际年利率都将大于 8%。只有丁银行的实际利率与名义利率相等，为 8%。为四家中最小。故选 D。

【例题 6·单选题】某企业从金融机构借款 100 万元，月利率 1%，按月复利计息，每季度付息一次，则该企业一年需向金融机构支付利息（ ）万元。

- A. 12.00 B. 12.12 C. 12.55 D. 12.68

【答案】B

【解析】 $P=100$ 万元；月利率 1%，按月复利计息，每季度付息一次，季度利率为： $(1+1\%)^3 - 1 = 3.03\%$ ；每季度付息一次。（单利）一年四季： $100 \times 3.03\% \times 4 = 12.12$ 。故选 B。

（二）通货膨胀情况下的名义利率与实际利率

通货膨胀情况下的名义利率，包括补偿通货膨胀（包括通货紧缩）风险的利率。

实际利率指剔除通货膨胀率后储户或投资者得到利息回报的真实利率。

假设本金为 100 元，实际利率为 5%，通货膨胀率为 2%，则：

如果不考虑通货膨胀因素，一年后的本利和 $= 100 \times (1+5\%) = 105$ （元）

如果考虑通货膨胀因素，由于通货膨胀导致货币贬值，所以，

一年后的本利和 $= 105 \times (1+2\%)$ ，

年利息 $= 105 \times (1+2\%) - 100 = 100 \times (1+5\%) \times (1+2\%) - 100 = 100 \times [(1+5\%) \times (1$



+2%) - 1],

即名义利率 = $(1+5\%) \times (1+2\%) - 1$, $1 + \text{名义利率} = (1+5\%) \times (1+2\%)$ 。

用公式表示名义利率与实际利率之间的关系为:

$1 + \text{名义利率} = (1 + \text{实际利率}) \times (1 + \text{通货膨胀率})$

所以:

$$\text{实际利率} = \frac{1 + \text{名义利率}}{1 + \text{通货膨胀率}} - 1$$

【例题】2012 年我国商业银行一年期存款年利率为 3%，假设通货膨胀率为 2%，则实际利率为多少？

【答案】实际利率 = $\frac{1+3\%}{1+2\%} - 1 = 0.98\%$

如果上例中通货膨胀率为 4%，

$$\text{实际利率} = \frac{1+3\%}{1+4\%} - 1 \approx -0.96\%$$

【例题 7·单选题】甲公司投资一项证券资产，每年年末都能按照 6% 的名义利率获取相应的现金收益。假设通货膨胀率为 2%，则该证券资产的实际利率为（ ）。

A. 3.88% B. 3.92% C. 4.00% D. 5.88%

【答案】B

【解析】实际利率 = $(1 + \text{名义利率}) / (1 + \text{通货膨胀率}) - 1 = (1 + 6\%) / (1 + 2\%) - 1 = 3.92\%$ 。



请关注公众号、听更多免费直播